සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1998 අගෝස්තු **(නව නිර්දේශය)**
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1998 ஆகஸ்ற் **(புதிய பாடத்திட்டம்)**
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1998 **(New Syllabus)**

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07
S II

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න අටකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1.

$$\Delta(x) = \begin{vmatrix} x & x^2 & a^3 - x^3 \\ b & b^2 & a^3 - b^3 \\ c & c^2 & a^3 - c^3 \end{vmatrix}$$

මාත්‍රය 3 වන බහුපදයක් දක්වන්නේ යයි ගනිමු;

මෙහි a, b හා c යනු ප්‍රභින්න නිශ්ශූන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යා තුනකි.

(i) $(x-b)$ හා $(x-c)$ යනු $\Delta(x)$ හි සාධක බව පෙන්වන්න.

(ii) x^3 හි සංගුණකය සොයන්න.

(iii) x සඳහා $\Delta(x) = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

2. අක්කර 27 ක් විශාල ඉඩමක අයිතිකරුවෙක් ඔහුගේ ඉඩමෙන් අක්කර 8 ක් විකිණීමට කැමති වේ. මුළු බිම් ප්‍රමාණය පිළිවෙළින් අක්කර 7, 9 හා 11 ප්‍රමාණයේ A, B හා C නම් කට්ටි තුනක පිහිටා ඇත. ඉහත කට්ටි එක එකක් අක්කරය රුපියල් මිලියන x_1 හා රුපියල් මිලියන x_2 ඉඩම් අගයන්ට අනුව පහත දක්වෙන වගුවේ ආකාරයට කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

කට්ටිය	අක්කරය රුපියල් මිලියන x_1 බැගින් වන අක්කර ප්‍රමාණය	අක්කරය රුපියල් මිලියන x_2 බැගින් වන අක්කර ප්‍රමාණය
A	5	2
B	4	5
C	3	8

A, B හා C කට්ටි සඳහා විකිණිය හැකි උපරිම මිල ගණන් පිළිවෙළින් රුපියල් මිලියන 10, රුපියල් මිලියන 10 හා රුපියල් මිලියන 12 වේ. ඉඩම් අගය අක්කරයකට රුපියල් මිලියන x_1 හා රුපියල් මිලියන x_2 බැගින් වන සේ පිළිවෙළින් අක්කර 5 කට හා අක්කර 3 කට එය කැබලි කර ඇත්නම් අක්කර 8 විකිණීමෙන් අයිතිකරුට ලැබෙන උපරිම ආදායම කොපමණ ද?

x_1 හා x_2 හි අනුරූප අගයන් සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. (අ) $f(r) = \frac{1}{r^2}$ නම් $f(r) - f(r+1)$ ලබාගන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය උපයෝගී කර ගනිමින්

$$\frac{3}{1^2 . 2^2} + \frac{5}{2^2 . 3^2} + \frac{7}{3^2 . 4^2} + \cdots$$

ශ්‍රේණියේ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(ආ) $1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \cdots$

ශ්‍රේණියේ පළමු පද n වල ඓක්‍යය වන s_n සොයන්න.

$s - s_n < \frac{1}{10^3}$ වීම සඳහා n හි අඩුතම අගය ද සොයන්න; මෙහි $s = \lim_{n \to \infty} s_n$ වේ.

4. (අ) $\frac{x+1}{x-6} > 3$ වීම සඳහා x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ආ) $|8x - 11| < 13$ වීම සඳහා x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ඉ) $x \geq 0,\ y \geq 0$

$3x + 2y \leq 6$

$x - y \leq 1$

$x \leq \frac{3}{2}$

යන අසමානතා පද්ධතියේ විසඳුම් කුලකය ප්‍රස්තාර ගත කරන්න.

5. (අ) ළමයින් එකොළොස් දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමක්, ළමයින් දහන් දෙනෙකු අතුරෙන් තෝරාගත යුතුව ඇත. ළමයින් දහන් දෙනා අතර මුස්ලිම් දෙදෙනෙක් ද සිංහල අට දෙනෙක් ද ද්‍රවිඩ හය දෙනෙක් ද වෙති. මුස්ලිම් ජාතිකයින් එක් කෙනෙකුගෙන්, සිංහල ජාතිකයින් හය දෙනෙකුගෙන් හා ද්‍රවිඩ ජාතිකයින් හතර දෙනෙකුගෙන් සමන්විත වන පරිදි සොයා ගත හැකි කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

(ආ) අනුයාත ධන නිඛිල n ප්‍රමාණයක් දී ඇත. මෙම නිඛිල වලින් සංඛ්‍යා දෙකක් ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව ගන්නා ලදී.

(i) එවැනි සංඛ්‍යා යුගල ගණන සොයන්න.

(ii) n ඔත්තේ නම්, සංඛ්‍යා දෙකෙහි ඓක්‍යය ඉරට්ටේ වන සේ යුගල කොපමණ ප්‍රමාණයක් වේ දැයි සොයන්න.

(ඔබේ ප්‍රතිඵල ලබාගත් ආකාරය පැහැදිලි ලෙස පෙන්විය යුතු ය.)

6. ධන නිඛිලමය දර්ශක සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(අ) $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^6$ හි ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය ලියන්න.

ඉහත ප්‍රසාරණයේ x^3 හා x^6 හි සංගුණක සොයන්න.

(ආ) ද්විපද ප්‍රමේයය උපයෝගී කරගනිමින් $(2{\cdot}01)^3$ හි අගය සොයන්න.

7. (අ) ඝනකයක පැත්තක දිග මීටර 10 ක් වේ. මීටර එකක් මැනීමේ දී මිලිමීටර $\frac{1}{2}$ ක උපරිම දෝෂයක් විමට හැකිය.

(i) ඝනකයේ පෘෂ්ඨතක වර්ගඵලය වර්ග මීටර වලින් පළමු දශමස්ථානය ට නිරවද්‍ය ව

(ii) ඝනකයේ පරිමාව ඝන මීටර වලින් පළමු දශමස්ථානය ට නිරවද්‍ය ව

මැනීමේ දී වන උපරිම දෝෂය සොයන්න.

(ආ) a, b හා c ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා නම්

(i) $\log_c b = \log_a b \log_c a$

හා

(ii) $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

බව පෙන්වන්න.

$p = \log_q r,\ q = \log_r p$ හා $r = \log_p q$ වනසේ p, q හා r ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ලෙස ගනිමු.

$pqr = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

8. (අ) $\dfrac{1}{x^2(x-2)} \equiv \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2} + \dfrac{C}{x-2}$ වන සේ A, B හා C සොයන්න.

ඒ නයින් $\displaystyle\int_4^6 \frac{dx}{x^2(x-2)}$ යන්න, p හා q දීමෙන් $p + \frac{1}{4}\ln q$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(ආ) $y = x + \sin x \cos x$ නම්

$\dfrac{dy}{dx} = 2\cos^2 x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\displaystyle\int \cos^2 x \, dx$ සොයන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කිරීම මගින් $\displaystyle\int x\cos^2 x \, dx$ සොයන්න.

9. (අ) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 6$ යයි ගනිමු. ශේෂ ප්‍රමේයය උපයෝගී කරගනිමින් $f(x)$ ට $(x-\alpha)$ ආකාරයේ සාධක නොමැති බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි.

$g(x) = 3f(x) + bx^3 + cx$ යයි ගනිමු;

මෙහි b හා c යනු $(x-1)$ හා $(x-2)$ යන්න $g(x)$ හි සාධක වන අයුරින් වූ නියත වේ.

(i) b හා c සොයන්න

(ii) $(x-1), (x-2)$ හා වර්ගජ සාධකයක ගුණිතය ලෙස $g(x)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

(ආ) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\, dx$ සඳහා $0 \le x \le 1$ මත සමාන පළල ඇති ප්‍රාන්තර **හතරක්** සහිත සිම්සන් නීතිය උපයෝගී කර ගනිමින් π හි ආසන්න අගය නිර්ණය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. (අ) අරය 1 වන්නා වූ ද, $y = x$ රේඛාව මත කේන්ද්‍රය ඇත්තා වූ ද, $3y = 4x + 1$ රේඛාව ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

$(-1, -1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා මෙම වෘත්ත දෙකට වූ පොදු ස්පර්ශක වල සමීකරණ සොයන්න.

(ආ) ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $\left(3, \frac{\pi}{6}\right)$ හා $\left(4, \frac{3\pi}{4}\right)$ වන A හා B ලක්ෂ්‍ය අතර දුර සොයන්න.

AB විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තයේ ධ්‍රැවක සමීකරණය ද සොයන්න.

11. (අ) $0 \leq x \leq \pi$ සඳහා

$\sin 3x - \sin x = \cos 2x$

සමීකරණය සපුරාලනු ලබන x හි අගයයන් සියල්ල ම සොයන්න.

(ආ) $f(x) = 3 + \cos x$, $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ හා $h(x) = 3 \sin 2x$

යයි ගනිමු.

(i) f, g, h එක් එක් ශ්‍රිතයේ ආවර්තය සොයන්න.

(ii) $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ප්‍රාන්තරය මත f, g හා h ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන් හි දළ සටහන් අඳින්න.

12. එක්තරා බැටරි වර්ගයක ආයු කාලයට පැය 400 ක මධ්‍යන්‍ය ආයුකාලයක් ද පැය 50 ක සම්මත අපගමනයක් ද ඇත. මෙම සංගහණයේ ඕනෑ ම බැටරියක ආයුකාලය ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇත යයි උපකල්පනය කරන ලදී.

(අ) (i) පැය 350 කට වඩා වැඩි ආයු කාලයක් ඇති බැටරිවල ප්‍රතිශතය

(ii) පැය 300 හා 400 අතර ආයු කාලයක් ඇති බැටරිවල සමානුපාතය

(iii) බැටරි වලින් 25% ක ආයුකාලය කිසියම් ආයුකාලයකට වඩා වැඩි වේ නම් එම අගය

සොයන්න.

Z හි සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය සඳහා

$Z = z$	0·67	0·68	1	2
$P[0 < Z < z]$	·2486	·2518	·3413	·4772

යයි දී ඇත.

(ආ) මෙම සංගහණයෙන් බැටරි 5 ක සසම්භාවී නියැදියක් ලබා ගන්නා ලදී. පැය 350 ට වඩා වැඩි ආයු කාලයක් සහිත බැටරිවල අපේක්ෂිත සංඛ්‍යාව සොයන්න.

[සලකනු ලබන ව්‍යාප්තියේ අපේක්ෂාව සඳහා වන සූත්‍රය උපකල්පනය කළ හැකි ය.]